ADMINISTRACIÓN
DE EMPRESAS

GUÍA RESUMIDA DE

CÁLCULO DIFERENCIAL CON

M.Sc. JORGE LUIS VILLALBA ACEVEDO

Fundación Universitaria Colombo Internacional
Cartagena , Colombia.

27 de marzo de 2017

A. Utor.

Capítulo 1

VARIABLE ALEATORIA

DEFINICIÓN DE VARIABLE ALEATORIA

es una función que asocia un número real con cada elemento del espacio muestral.

EJERCICIO

El empleado de un almacén regresa tres cascos de seguridad al azar a tres trabajadores de un taller siderúrgico que ya los habían probado. Si Smith, Jones y Brown, en ese orden, reciben uno de los tres cascos, liste los puntos muestrales para los posibles órdenes de regreso de los cascos, y encuentre el valor m de la variable aleatoria M que representa el número de asociaciones correctas.

EJEMPLO DE VARIABLE ALEATORIA

Sea X la variable aleatoria definida como el número de artículos que están defectuosos en la muestra de 10. En este caso, la variable aleatoria toma los valores 0,1, 2, . . . , 9, 10.

DEFINICIÓN DE ESPACIO MUESTRAL DISCRETO

Si un espacio muestral contiene un número finito de posibilidades, o una serie interminable con tantos elementos como números enteros existen.

DEFINICIÓN DE ESPACIO MUESTRAL CONTINUO

Si un espacio muestral contiene un número infi nito de posibilidades igual al número de puntos en un segmento de línea, se le llama.

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

Una variable aleatoria se llama *variable aleatoria discreta* si se puede contar su conjunto de resultados posibles.

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Una variable aleatoria puede tomar valores en una escala continua, se le denomina *variable aleatoria continua.*

Distribuciones discretas de probabilidad

DEFINICIÓN DE ESPACIO MUESTRAL CONTINUO

El conjunto de pares ordenados $(x, f(x))$ es una función de probabilidades, una función de masa de probabilidad o una distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta X si, para cada resultado posible x ,

1. $f(x) \geq 0$ para toda x (no hay probabilidades negativas).

2. $P(X = x) = f(x)$ (la función f (x) da la probabilidad)

3. $\sum_x f(x) = 1$ (la suma de las probabilidades de todos los posibles valores de X es $= 1$).

EJERCICIO

Un embarque de 8 microcomputadoras similares para una tienda al detalle contiene 3 que están defectuosas. Si una escuela hace una compra al azar de dos de estas computadoras, encuentre la distribución de probabilidad para el número de defectuosas.

SOLUCIÓN

Sea X una variable aleatoria cuyos valores x son los números posibles de computadoras defectuosas que la escuela compra. Entonces, x puede ser cualquiera de los números 0, 1 y 2. Así,.

Media o valor esperado de una variable aleatoria

Si una distribución es un buen modelo, entonces a través de ella se encuentran las principales características del sistema (población o proceso), tales como su tendencia central y variabilidad. La media μ de una variable aleatoria discreta que puede tomar los n valores $x_1, x_2, ..., x_n$ está dada por:

$$\mu = E(x) = \sum_i x_i f(x_i) = \sum_i x_i P(X = x_i)$$

donde $E(X) = x_1 p(x_1) + x_2 p(x_2) + ... + x_n p(x_n)$, se lee como "valor esperado de X ". La varianza de la variable aleatoria X se puede definir en términos del valor esperado como:

$$\sigma = V(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) = E(X^2) - \mu^2$$

Distribuciones discretas

A continuación se estudiarán las siguientes distribuciones discretas: binomial, geométrica, hipergeométrica y de Poisson, que son de uso frecuente en control de calidad.

Distribución binomial

Es frecuente que en control de calidad se den variables del tipo ? pasa, no pasa". Por ejemplo, un artículo cumple con especificaciones o no, una pieza resiste cierta fuerza o no, una lámpara enciende o no. Un experimento aleatorio donde los posibles resultados de cada ensayo son: ? éxito" o "fracaso " se conoce como experimento Bernoulli. Un experimento aleatorio que consiste en una secuencia de n ensayos Bernoulli donde además se cumple que:
1. Los ensayos son independientes.
2. La probabilidad de éxito en cada ensayo, denotada por p, permanece constante. Entonces este experimento recibe el nombre de experimento binomial. La variable aleatoria X, que es igual al número de ensayos donde el resultado es un éxito, tiene una distribución binomial (n, p) . La función de probabilidades de X es,

$$f(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, ..., n$$

```
dbinom(x, size, prob, log = F) Devuelve resultados de la función de densidad.
pbinom(q, size, prob, lower.tail = T, log.p = F) Devuelve resultados de la función de
qbinom(p, size, prob, lower.tail = T, log.p = F) Devuelve resultados de los cuantiles
rbinom(n, size, prob) Devuelve un vector de valores binomiales aleatorios.
```